

1. はじめに

意思決定において不確実性が与える影響は重要であり、社会資本整備に関しても例外ではない。特に、社会資本整備での計画策定において将来発生する費用や便益の不確実性を考慮することは、限られた資源、資産の効率的な利用のために必要である。しかしながら、現実の計画策定プロセスでは不確実性が十分に検討されてきたとは言い難い。

不確実性を分析的に取り扱うためのフレームワークは、経済学や意思決定理論などにおいて精緻化されおり、特に投資(将来の収入を見込んで先立って支出を行う行為)にかかる意思決定に関しては、金融経済学において活発に研究が進められてきた¹²⁾。

これらの分析の枠組みを土木計画へ応用する試みも、1990年代後半から活発になってきている。多々納³⁾⁴⁾⁵⁾は不確実性下での開発留保の価値と開発戦略等について、上田⁶⁾は、不確実性下での便益についての概念整理を、また上田ら⁷⁾⁸⁾は比喻を用いて評価の共通フレーム、公共投資のタイミング等について概念整理を行っている。小林ら⁹⁾は連続時間モデルを用いた標準的なリアルオプション分析を段階的な治水投資への適用を試みている。織田澤ら¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾はリアルオプションを用いた道路事業における遅延リスクのケーススタディおよびプロジェクトの事前・再評価モデルの提示を、長江ら¹³⁾および赤松ら¹⁴⁾は不完備市場でのオプション評価方法を提示している。このように概念整理と連続時間モデルによる解析解の提示は進んでいるものの、実務として必要な現実のプロジェクト評価には、リアルオプションの概念がほとんど反映されていないのが実状である。

したがって、これらの既存研究に対して、本研究ではリアルオプションによる長い整備期間内での不確実性に対応するための実務での活用が可能な分析手法を提案する。具体的には、整備期間の途中段階で事業の中断を選択できる段階整備計画およびプロジェクトを分割して事業を実施する段階整備計画を対象として、オプション価値を推計するとともに段階整備化することによる追加投資の許容額に関する合理的な判断の考え方を示す。なお、本研究において示す価格は基本的には現時点(時間軸 $T=0$ 年の時点)の期待値であり、それ以外の時点の場合にはその時点を明記している。

2. リアルオプションの概要

リアルオプションについて、文献 15) では「不確実性の高い事業環境下で経営のもつ選択権(オプション)のことをいう。金融オプション(Financial Option)に対して、金融資産以外の実物資産(Real Asset)に対するオプションであることから、リアルオプションと呼ばれている。」と説明されている。また、文献 16) では「リアルオプションアプローチは、狭義においては金融オプションの理論を実物資産(非金融資産)に適用したものである。金融オプションは、契約の詳細が決まっているのに対して、戦略的投資に内包されるリアルオプションは、それを見分けて特定する必要がある。金融オプションからリアルオプションへと移るには、金融市場における考え方や情報を企業内部の戦略的意思決定に持ち込むという考え方が必要となる。リアルオプションアプローチの機能は、マネージャーが戦略的投資を考えて管理・運営する際に役立つものである。」と解説されている。なお、この「リアルオプション」という用語は、文献 16) では戦略的企画と企業金融のギャップを表す言葉として、MIT スローン スクール の スチュワート・マイヤーズ教授による新語とされている。

ここで金融オプションとは、一般的には将来のある時点で、株式や金融資産などを事前に決めた価格で売買する権利である。代表的なオプションであるコールオプション(買う権利)は、例えばある株式を1年後に1000円で買うことが出来る権利であり、この権利に対してオプション料50円(いわゆる諸経費ではない)を支払う契約になる。このオプションの買い手は、1年後に株価が1200円になったとしても1000円で買い取ることができ、この場合に買い手側は、[株価差益(200円) - オプション料(50円 × (1 + 資金の1年間の時間価値率))]の利益を得る。逆に1年後に株価が900円になった場合には、1000円で買う意味はないためオプションを放棄し、オプション料(50円 × (1 + 資金の1年間の時間価値率))のみが損失となる。一方、この場合の売り手側はオプション料(50円 × (1 + 資金の1年間の時間価値率))が利益となる。この期間1年のオプションの価格は、金融オプション理論を用いることで今後の1年間の不確実性を前提として適切に設定される。

3. 社会資本整備へのリアルオプションの適用

金融オプションの事例を社会資本整備に置き換えると次のようになる。いま、現在価格の投資額 (C) のプロジェクト想定し、このプロジェクトを実施したことで得られる現在価格の便益 (B) を考える。ここで、 $B < C$ の場合は費用対効果分析で $(B/C) < 1$ であり、事業採択が認められない条件となる。逆に、 $B \geq C$ の場合は費用対効果分析での $(B/C) \geq 1$ であることから事業実施の必要条件を満たすことになる。

しかしながら、現実での経済社会状況の不確実性を考えれば、数年後にあらためて算定される便益 (B) は大きく変化することが考えられる。この事業実施に対する意思決定を一定期間先送りして、その先送りした時点であらためて B/C を評価し、 $(B/C) \geq 1$ の場合には事業を実施する (金融オプションにおける権利行使) と考える。ただし、この時点においてもやはり $(B/C) < 1$ の場合には事業は実施しない (金融オプションの例における権利放棄) と考える。

すなわち、現状において一定期間の延期が可能なプロジェクトは、オプション価値 (Bop) を有していると考えられる。現時点において $(B/C) < 1$ であっても $((B + Bop) / C) \geq 1$ が成立する場合には、このプロジェクトに対する事業採択の判断は「事業の放棄」ではなく「事業実施の延期」が妥当となる。「事業の放棄」と判断されるのは $((B + Bop) / C) < 1$ の場合となる。なお、逆に、 $(B/C) > 1$ の場合であっても、「直ちに投資すべき」と判断されるのは (B) の水準が相当に高く、 $((B - Bop) / C) > 1$ の場合であり、 $((B - Bop) / C) < 1$ の場合であれば「事業実施の延期」が妥当となる。これは、オプション価値は現時点で投資することで消滅してしまうため、現時点で投資する場合にはオプション価値 (Bop) を機会費用として考慮するためである。なお、便益 (B) の時間的な変動と同様に費用 (C) も時間的に変動する。しかしながら、両者の変動を同時に取り扱うことは容易ではないこと、費用 (C) については現時点に近い時期に短期間で実施されると考えられることから、本研究では費用 (C) の時間的な変動を想定しない。

この状況は図-1 の原点 (0) と C と P を結ぶ直線 (以下原点-C-P直線) により示される。ここで、縦軸は $V = \text{MAX}(B - C, 0)$ で算定されるプロジェクトによる収益を示す。 $B < C$ の場合には事業は実施されないため、 $V < 0$ となることはない。

次に、当初の B が C よりも小さい場合 ($B < C$) を考える。この状況は図-2 の A 点で示される。しかしながら、

ここで図-2 の A 点で示されるプロジェクトは、将来の不確実性に対応したオプション価値 (Bop) を考慮した場合には D 点にシフトされる。

したがって、このように従来は想定されていないオプション価値を考慮することで、社会資本整備における事前の費用対効果分析の評価は大きく変化することになる。

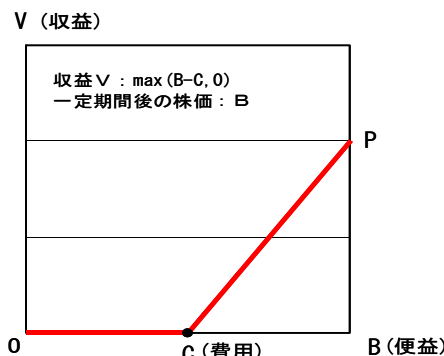


図-1 B(便益)とC(費用)とV(収益)の関係

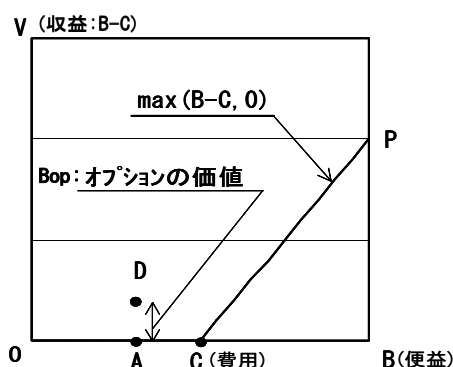


図-2 Bop:オプション価値の位置付け

4. リアルオプションを社会資本整備に適用する場合における要素の考え方

このオプション価値を算定するために、金融オプションおよびリアルオプションで用いられている要素と社会資本整備に適用する場合の要素との対比および記号を表-1に整理する。なお、それぞれの表現については文献 17) ~21) 等を参照にした。

ここで、通常費用対効果分析手法では、意思決定延期期間 (T) およびプロジェクトに対する不確実性 (σ) の概念はない。ただし、意思決定延期期間に関しては通常費用対効果分析手法では $T=0$ としていると考えられる。一方、プロジェクト便益に対する不確実性 (σ) は、金融オプションでは一般的にボラティリティと呼ばれ、社会資

表-1 各要素の対比

金融オプション	リアルオプション	社会資本整備	記号
	< 算定される値 >		
オプション価値	オプション価値	オプション価値	Bop
	< 入力のための変数 >		
株価	原資産の価値	プロジェクトの便益	B
権利行使価格	投資費用	プロジェクトの費用	C
リスクフリーレート	資金の時間価値	社会的割引率	r
権利行使期限までの期間	意思決定の延期期間	意思決定の延期期間	T
ボラティリティ	原資産のリスク度	プロジェクト便益の不確実性	σ

本整備ではプロジェクトの収益率の標準偏差である。通常の株価オプションなどの分析では株価の収益率に関する標準偏差が用いられる²⁰⁾。実務ではこのボラティリティは、過去の取引価格データからの算定あるいは市場で取り引きされているオプション商品の価格から逆算される場合が多い¹⁹⁾とされている。

5. オプション価値の特性

5.1 オプション価値の算定

オプション価値は、金融オプションにおけるBlack and Scholes²²⁾によるいわゆるブラック・ショールズ方程式(以下 BS 方程式)により算定することができる。この BS 方程式を式 (1) に示す。すなわち金融オプションでは、BS 方程式において表-1 で示した株価、権利行使価格、リスクフリーレート、権利行使期限までの期間、ボラティリティの5つの変数を入力することでオプション価格が算定される。

一見、複雑に見えるこの式の意味は、基本的には将来時点で権利を行使する場合としない場合の両方を考慮した収益の期待値であると考えられる²⁰⁾。

$$V = B \cdot \int_{-\infty}^{d_1} e^{-x^2/2} / \sqrt{2\pi} dx - C \cdot e^{-rT} \cdot \int_{-\infty}^{d_2} e^{-x^2/2} / \sqrt{2\pi} dx$$

式 (1)

ここで

$$d_1 = (\ln(B/C) + (r + \sigma^2/2) \cdot T) / \sigma \sqrt{T}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{T}$$

また、各係数の金融オプションの場合における意味は次のとおりであり、社会資本整備の場合での意味もあわせて () 内に示す。

V : 収益

B : 株価 (プロジェクトの便益)

C : 権利行使価格 (プロジェクトの費用)

r : リスクフリーレート (社会的割引率)

T : 権利行使期限までの期間 (意思決定の延期期間)

σ : 株価のボラティリティ(プロジェクト便益の不確実性)

この BS 方程式を用いてオプション価値の特性を分析する。具体的には、表-2 で示す設定条件における各要素を変化させることによるオプション価値の変動を明らかにする。また、算定結果の表示と合わせて、図-1 で示した原点-C-P直線も合わせて表示する。この原点-C-P直線の上に描かれる曲線が、図-2 で示したようにオプション価値 (Bop) となる。

5.2 意思決定延期期間 (T) の変動

ここでは意思決定延期期間 (T) の5年間に加えて、さらに3年間、1年間で算定した結果を合わせて図-3 に示す。これにより、他の条件が同一ならば意思決定延期期間 (T) が長くなればなるほど、オプション価値 (Bop) が大きくなることが確認される。さらに、意思決定延期期間 (T) が極端に短い場合としてT=0.1年間 (BS 方程式ではT>0)、逆に意思決定延期期間 (T) が極端に長い場合としてT=100年間で算定した結果を図-4 に示す。

表-2 オプション価値推計のための設定条件

プロジェクトによる便益	80億円
プロジェクトのための費用	100億円
社会的割引率	3%
意思決定延期期間	5年間
プロジェクト便益に対する不確実性	40%

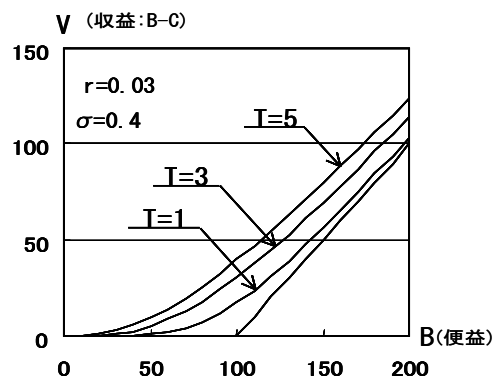


図-3 オプション価値曲線の特性(1)

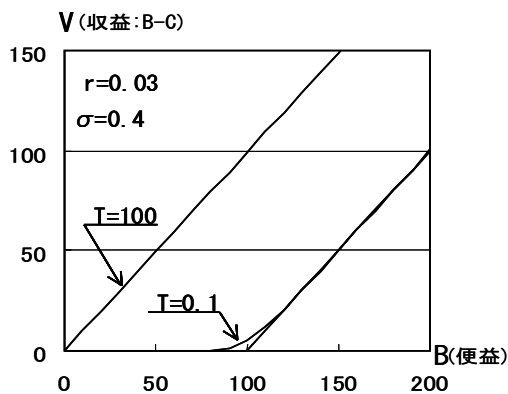


図-4 オプション価値曲線の特性(2)

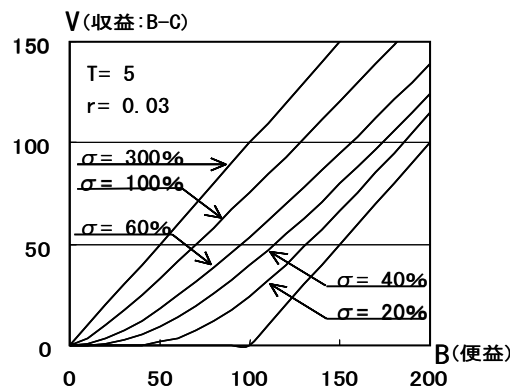


図-6 オプション価値曲線の特性(4)

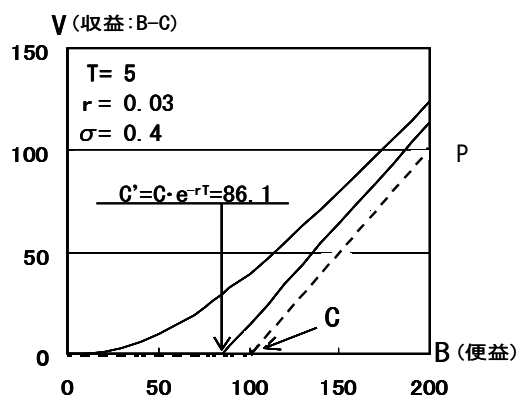


図-5 オプション価値曲線の特性(3)

すなわち、 $T=0.1$ 年間の場合は意思決定延期期間 (T) を有していないとする図-1 での原点-C-P直線に接近していることが明らかになる。また $T=100$ 年間の場合は費用 (C) の現在価値が 0 に近くなるために $V=B$ の直線に接近することが明らかになる。

ここで、オプション価値曲線が最終的に漸近するのは C で変曲する原点-C-P直線ではなく $C \cdot e^{-rT} (=C')$ において変曲する原点-C'-P直線である。このため、意思決定延期期間 (T) が短ければ C' は C に近くなり、意思決定延期期間 (T) が長くなれば C' は 0 に近くなることから図-4 で示した結果が確認される。なお、意思決定延期期間 (T) を 5 年間で算定した場合の原点-C' ($=100 \cdot e^{-0.03 \times 5}$) -P を図-5 に示す。

5.3 不確実性 (σ) の変動

ここでは不確実性 (σ) について、20%、40%、60%、100%、300%について算定した結果を図-6 に示す。これにより、他の条件が同一ならば不確実性 (σ) が大きくなればなるほど、オプション価値 (B_{op}) が大きくなることが確認される。ここで、 $\sigma=300\%$ において $V=B$ の直線に接近することがみられる。

5.4 社会的割引率 (r) の変動

ここでは社会的割引率 (r) について、3%、6%、9%について算定した結果を図-7 に示す。これにより、他の条件が同一ならば社会的割引率 (r) が大きくなればなるほど、オプション価値 (B_{op}) も大きくなることが確認される。

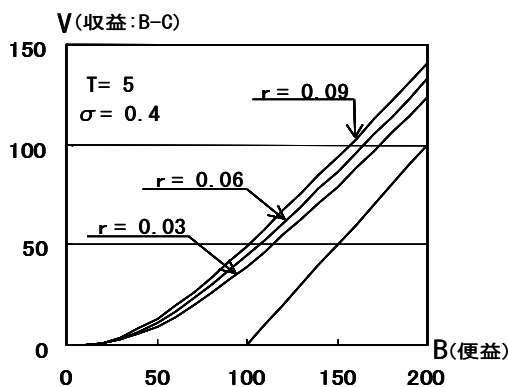


図-7 オプション価値曲線の特性(5)

6. オプション価値推計のための2項モデルの概要

現実の社会資本整備のプロジェクトを評価する場合にはBS方程式よりも、Cox, Ross and Rubinstein²³⁾により整理された以下の特徴を有する2項モデルを適用することが有益である。このため、本研究ではこの2項モデルにより解析を実施する。なお、本章での特別な用語に関しては、文献 16) での用語解説から引用して末尾の参考を示している。

- ①事業価値が変遷するプロセスの状況、さらに各時点における発生確率を目視的に容易に確認できる。

- ②連続時間モデルでは解析解が得られないような場合にも広く対応できる。
- ③2項モデルの単位時間を短く設定することで極限において連続時間モデルと同じ解を得ることができる。
- ④汎用的な計算ソフトで算定できることから、幅広い層の実務者にとって利用しやすい。

なお、本研究では整備期間の長いプロジェクトを対象としているものの、簡潔な図表とするために各ケースの期間設定は短くしている。もちろん長期間への対応は容易である。また、この手法を拡大することでより詳細な検討も可能であり、例えばより高い精度が必要な場合には単位期間を短くすることで対応できる。このCox, Ross and Rubinstein²³⁾によって整理された2項モデルによるオプション価値の具体的な試算方法を以下に示す。表-2で示されたプロジェクトを対象として、2項モデルでのイベントツリーを図-8に示す。このイベントツリーに基づいて、オプション価値を算定するツリーを図-9に示す。

まず、イベントツリーでは、現時点(0年目)で想定される便益が、今後の不確実性の結果により5年後にどのように変化するかについて1年ごとに場合分けをして推計している。不確実性を σ とした場合の1年目の上昇率は $u = e^{\sigma}$ および下落率は $d = e^{-\sigma}$ となるため、 $\sigma = 0.4$ とした場合における1年目の価値の上昇率は $u = e^{0.4} = 1.492$ および下落率は $d = e^{-0.4} = 0.670$ となる。

この結果、
 1年目に上昇の場合には、
 $80(\text{0年目の便益}) \times 1.492(\text{価値の上昇率}) = 119.3$
 および
 1年目に下落の場合には、
 $80(\text{0年目の便益}) \times 0.670(\text{価値の下落率}) = 53.6$
 の2ケースが設定される。

次の2年目は、1年目の増加に対して2年目も上昇(上昇→上昇)、または2年目は下落(上昇→下落)の2ケース、さらに1年目の下落に対して2年目は上昇(下落→上昇)または2年目も下落(下落→下落)の2ケースとして合計4ケースとなる。ただし、(上昇→下落)と(下落→上昇)は同値となるために結果として3ケースが設定される。以降、同様に5年目まで計算したのが図-8である。すなわち、このプロジェクトの便益が想定した不確実性の中で最良の動向が5年間連続した場合には、5年目で再評価される便益は591.1億円まで増加し、逆に、最悪の動向が5年間連続した場合には、5年目で再評価される便益は10.8億円まで下落している。

次に、この5年目の値からそれぞれの生起確率と社会的割引率から現時点でのオプション価値を逆算する。イベン

トツリーにより5年目の便益として算定された各ケースの値から5年目での費用(100×(1+0.03)⁵=115.9億円)を差し引いた値がオプション価値算定ツリーの5年目の初期値として与えられる。ここで、B<Cのケースでは事業実施の放棄となるためマイナスの値ではなく0となる。

図-9において、5年目の1番上の475.2と2番目の149.7および上昇確率 $p = (1+r-d)/(u-d)$ と下落確率(1-p)さらに社会的割引率rから

$$\begin{aligned} & (475.2 \times p + 149.7 \times (1-p)) / (1+r) = \\ & (475.2 \times 0.438 + 149.7 \times 0.562) / 1.03 = 283.9 \text{ 億円} \end{aligned}$$

と算定される。同様に、1年ごとに遡ることで0年目としてのオプション価値=20.8億円が算定される。

なお、ここでは社会的割引率=安全資産利子率を前提条件としており、確率pは無リスクの収益率を得るように結果に重み度をつけるものでリスク中立確率と呼ばれている。

また、モデルの条件として離散時間の複利としていることから社会的割引率の処理をexp(r)ではなく、金利発生(機会費用や割引の計算)も年1度のタイミングで行うことを前提として(1+r)としている。

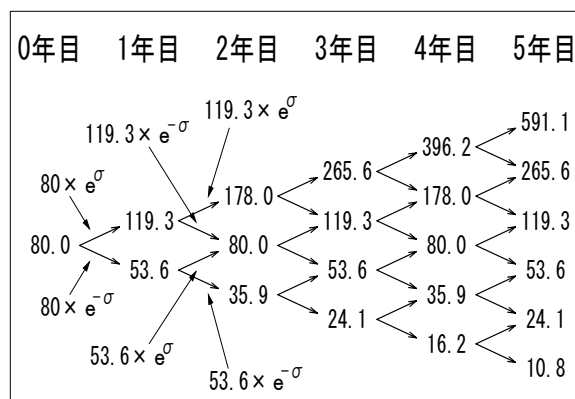


図-8 イベント ツリー

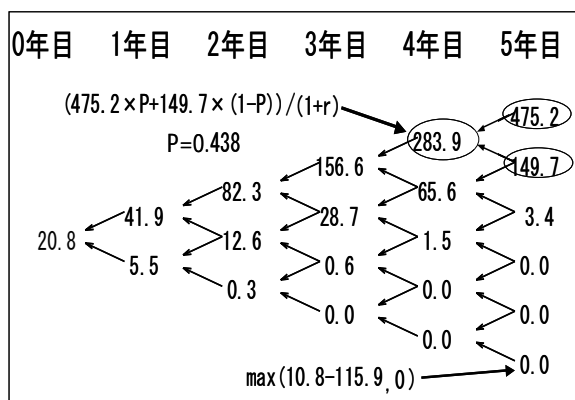


図-9 オプション価値算定ツリー

7. 社会資本整備における不確実性に対応するための段階整備の考え方

社会資本整備は、一般的に整備期間が長い大規模なプロジェクトである。この社会資本整備において不確実性に対応するための有効な対応策の一つが段階整備である。この段階整備として次の2つの手法が考えられる。

第1は、長い整備期間の途中段階で事業の中断を選択できる段階整備計画である。すなわち、長い整備期間内での不確実性に対応するために施行を2段階に分割し、第1段階着工後に社会経済が変動したことにより当初の想定便益が確保されない場合には特定の時点において事業中止を選択できる段階整備計画である。ここで、第1段階終了時点で事業中止を選択した場合には便益が全く想定されないことから「途中段階で事業を中止することで当初の投資額が無駄になる」という指摘がなされることがある。これに対しては、第1段階終了時点で中断することが望ましい状況でありながら当初の計画どおり事業全体を実施することは第2段階の投資額も無駄になると考えられ、損失額が第1段階に対する投資額のみで抑制されることでより良い選択であると考えられる。本研究では、このような段階整備計画を**中断オプション型段階投資計画**とする。

第2は、プロジェクトを分割して事業を実施する段階整備計画である。すなわち、先ず全体事業の一部のみを第1段階で実施する。その第1段階の事業による収益動向から、第2段階の事業の便益が当初の予想とおりであると途中段階において判断できれば第2段階への事業拡大を実施し、最終的に全体事業を完了する。逆に、第1段階事業の収益動向から第2段階の事業収益が当初の予想以下の場合には事業を中断する。この場合には、第2段階への拡大が実施されなくても、第1段階での投資が全ては無駄にはならない。本研究では、このような段階整備計画を**拡大オプション型段階整備計画**とする。

8. 中断オプション型段階投資計画におけるオプション価値の分析

8.1 推計に際してのケース設定

中断オプション型段階投資計画におけるオプション価値の推計に際しての基本ケース(段階整備を想定しないケ

ース)の条件を次のように設定する。

- ・現時点(時間軸 T=0年の時点)において、プロジェクトを計画している。
- ・計画しているプロジェクトの整備期間は6年間とする。
- ・このプロジェクト投資額は100億円(T=0時点価格)とする。
- ・T=6年目にプロジェクトの整備が完了した後、T=7年目以降に発生する便益の期待値は毎年一定の4億円(名目価格)(注1)で、期間は50年間とする
- ・整備に関する費用および整備後の便益は、年に一回、離散的に発生する。
- ・社会的割引率(r)は、安全資産利子率と同値として年率2%とする。(注2)
- ・整備期間中のプロジェクト価値の不確実性(σ : 収益率の標準偏差)は年率50%とする。なお、ここでのボラティリティ(σ)は特性を明確にする観点から設定している。

8.2 基本ケースにおける正味現在価値(NPV)の推計

基本ケースとしての設定条件から、表-3に示すようにこのプロジェクトの現在価値は111.6億円と算定される。この基本ケースのプロジェクト評価としての正味現在価値をNPV1とすると、NPV1は(111.6-100)=11.6億円として算定される。なお、ここではストックによる便益のみを対象としていることから、このNPV1=11.6億円はプロジェクト投資額が当初に全額投資される場合以外に各期に投資されたとしても合計額が100億円であれば同じである。

8.3 整備期間中におけるプロジェクト価値の変移

将来におけるこのプロジェクトの将来価値を、2項モデルにおける上昇率(u)、下落率(d)、上昇確率(pu)、下落確率(pd)を、社会的割引率(r)と不確実性(σ)から算定した結果を表-4に示す。この上昇率(u)および下落率(d)を用いて、現時点で想定されている111.6億円の事業価値の変動プロセスを表-5に示す。なお、表-5は上下対象の表示をしていないものの図-8と同じ内容を意味している。

この結果、整備期間の最終年(6年目)では、プロジェクト価値は最良のケースでは2241.8億円にまで増加し、

表-3 基本ケースとしてのプロジェクトの状況

(単位: 億円)

評価時点(T=0)を基準とした年次	0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目	7年目	8年目	9年目	...
プロジェクト年間名目便益 (各時点での金額)	<判断>	(整備)	(整備)	(整備)	(整備)	(整備)	(整備)	4.00	4.00	4.00	...
プロジェクト割引現在価値 (T=0時点での金額)	111.6	113.8	116.1	118.4	120.8	123.2	125.7	121.8	117.9	114.2	...

表-4 2項モデルの算定要素

上昇率=exp(σ)	u	1.65
下落率=exp(-σ)	d	0.61
上昇確率=(1+r-d)/(u-d)	pu	0.40
下落確率=1-pu	pd	0.60

表-5 事業価値の変動プロセス

(単位：億円)

評価時点(T=0)を基準とした年次						
0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目
111.6	184.0	303.4	500.2	824.7	1359.7	2241.8
	67.7	111.6	184.0	303.4	500.2	824.7
		41.1	67.7	111.6	184.0	303.4
			24.9	41.1	67.7	111.6
				15.1	24.9	41.1
					9.2	15.1
						5.6

表-6 各セルの発生確率

評価時点(T=0)を基準とした年次						
0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目
1	0.40	0.16	0.06	0.02	0.01	0.00
	0.60	0.48	0.28	0.15	0.07	0.04
		0.36	0.43	0.34	0.23	0.14
			0.22	0.35	0.35	0.27
				0.13	0.26	0.31
					0.08	0.19
						0.05
(プロジェクト外価値の期待値) (単位：億円)						
111.6	113.8	116.1	118.4	120.8	123.2	125.7

最悪のケースでは 5.6 億円まで減少することが想定される。ここで、表-5 での各セルに対応した発生確率(注3)を表-6に示す。なお、表-6では、端数処理の関係で合計が1.0にならない列がある。この結果、先に示した最良ケースの場合の発生確率は0.41%(表-6では0.00として表示)、最悪ケースの場合の発生確率は4.7%(表-6では0.05として表示)となる。ここで、毎年の期待事業価値の結果を表-6の最下行に示すが、言うまでもなく、この値は表-3での最下行のプロジェクト割引現在価値と同値である。なお、端数処理のために表-5の値は表-4で示した値からの計算結果とは異なる場合がある(以下同じ)。

8.4 中断オプション型段階投資計画におけるオプション価値の推計

中断オプション型段階投資計画として、6年間の整備期間を2段階に分割することを想定する。ここでの2段階による総投資額は基本ケースと同じく100億円(50億円×2回)として、先ず第1段階として50億円を投資して

3年目までの3年間の整備を実施する。そして、第1段階の最終年のT=3年目において第2段階整備について判断し、継続する場合には50億円を追加投資して、さらに3年間の整備を実施する。この結果によるT=7年目以降のプロジェクトの便益は設定条件のとおりとする。一方で、現時点からこの段階までの社会経済の動向の変動を踏まえて、このプロジェクトを中止することも可能とする。

このような段階投資計画では、意思決定が可能なのはT=3年目だけである。すなわち、T=3年目においてオプションを行使する場合には50億円を追加投資することで第2段階に進み、最終的には50年間の便益が発生する資産を入手する。この段階整備の状況を表-3対応した形式により表-7に示す。

このオプション価値を、先に示した2項モデルにより推計する。推計に際しての条件を表-8に整理し、オプション価値の算定プロセスを表-9に示す。

この結果、2段階整備が可能なプロジェクト評価としての正味現在価値をNPV2とすると、NPV2はこのオプション価値67.4億円から第1段階での投資額50億円を差し引いた17.4億円として算定される。ここで、基本ケースでのNPV1(11.6億円)と比較すると、NPV2が5.8億円高くなっている。これが2段階整備としてのオプションを有することによる価値の増加であり、本研究ではこれを段階整備オプション価値と定義する。

表-8 オプション価値の推計条件

第1段階の整備期間	年間	3
第2段階の整備期間	年間	3
プロジェクト総投資額(T=0時点価値)	億円	100.0
プロジェクト第1段階投資額(T=0時点価値)	億円	50.0
プロジェクト第2段階投資額(T=0時点価値)	億円	50.0
プロジェクト第2段階投資額(T=3時点価値)	億円	53.1

表-9 オプション価値の算定プロセス

(単位：億円)

評価時点(T=0)を基準とした年次						
0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目
67.4	133.0	251.4	447.2	—	—	—
	26.5	59.6	131.0	—	—	—
		5.7	14.6	—	—	—
			0.0	—	—	—
				—	—	—
					—	—
						—
第2段階投資額				-53.1		

表-7 中断オプション型段階投資計画としてのプロジェクトの状況

(単位：億円)

評価時点(T=0)を基準とした年次	0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目	7年目	8年目	9年目
	<判断>	(整備)	(整備)	(整備)							
プロジェクト年間名目便益(各時点での金額)				<判断>	(整備)	(整備)	(整備)	4.00	4.00	4.00

また、2項モデルの特徴として、T=3年目において継続となる場合の確率と、逆に事業中止となる確率を容易に把握することができる。すなわち、第2段階に至る確率はオプション行使に対応する表-6の各セルの合計から78%と求められる。なお表-6のセルでは(0.06+0.28+0.43)=0.77であるが端数処理の関係で実際は0.78となる。

8.5 中断オプション型段階投資計画による許容限界追加投資額の評価

ここで想定した中断オプション型段階投資計画では基本ケースと比較しての総投資額の増大は無く、ともに100億円としている。しかしながら、現実的には段階整備を実現するためには投資額が増大するのが一般的であり、不確実性に対応するための段階整備を実施するために許容される追加投資額の限界値を明確にすることは重要な課題である。

本研究では、先に定義した段階整備オプション価値までは段階整備化に伴う投資額の増加が許容されると考える。すなわち、段階整備を想定しない場合に得られるであろう正味現在価値(NPV1)が最低限に確保されるまでは、段階整備計画による追加投資が許される投資額(許容追加投資額)と考え、 $NPV1 = NPV2$ となる状態での投資額を許容限界追加投資額と考える。なお、投資における資金制約は無いとしている。

今回のケースでは、 $(NPV2 - NPV1) = 5.6$ 億円が許容限界追加投資額となり、プロジェクト投資額全体では105.6億円まで許容されることになる。この許容限界追加投資額は第1段階および第2段階のどちらの段階でも投資することができる。

9. 3段階で整備する場合の中断オプション型段階投資計画におけるオプション価値の分析

8.での中断オプション型段階整備計画では2段階の整備としているが、更に多段階での整備での検討も可能である。ここでは、3段階で整備する場合のオプション価値を2項モデルにより算定する手法を以下に示す。

8.での基本ケースを対象として、6年間の整備期間を3段階に分割することを想定する。

3段階での第1段階では、T=0年目で50億円を投資してT=1~3年目の3年間の整備を実施する。T=3年目において第2段階整備の実施について判断し、実施する場合には25億円を追加投資する。第2段階整備を実施した場合にはT=4~5年目の2年間の整備を実施する。さらに、T=5年目において第3段階整備の実施について判断し、実施する場合には更に25億円を追加投資する。第3段階整備を実施した場合にはT=6年目の1年間の整備を実施する。T=7年目以降のプロジェクトの便益は前提条件のとおりとする。

この整備の3段階化により、事業の途中段階での中断の選択を2回実施することが可能となる。このオプション価値を、2項モデルにより推計する。この3段階整備はリアルオプションとしては次のように整理される。まず、第1段階の投資をすることにより第2段階に進むオプションを手に入れる。次に、第2段階の投資により第3段階に進むオプションを手に入れる。さらに、第3段階の投資により、最終的には50年間の便益が発生する資産を入手する。この段階整備の状況を表-3に対応した形式により表-10に示す。

このオプション価値の推計に際しての条件を表-11に整理し、価値算定ツリーを表-12に示す。なお、ここでの事業価値の変動プロセスと各セルの発生確率は表-5、表-6と同じである。このような複合オプションの場合には後の段階から推計する。この表-12では、先ず第3段階整備のオプションの行使期限であるT=5年目のオプション行使価格である27.6億円(T=5時点価値)と表-3のプロジェクト価値との比較を行う。この結果が表-12の上段の表におけるT=5年目の列として示される。ここでは、上4つのセルでは継続オプションが行使され、下2つのセルではオプションが行使されていない。次に2段階整備の場合と同様の手法によりT=4、T=3年目へと算定を行う。このT=3年目の結果に基づき、更に第2段階整備のオプションについて評価する。すなわち、第2段階整備のオプションの行使期限であるT=3年目のオプション行使価格である26.5億円(T=3時点価値)との比較を行う。この結果が表-12の下段の表におけるT=3年目の列として示され、上3つのセルではオプションが行使され、下一つの

表-10 中断オプション型段階投資計画としてのプロジェクトの状況

(単位: 億円)

評価時点(T=0)を基準とした年次	0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目	7年目	8年目	9年目
	<判断>	(整備)	(整備)	(整備)							
				<判断>	(整備)	(整備)					
プロジェクト年間名目便益 (各時点での金額)						<判断>	(整備)	4.00	4.00	4.00

表-11 3段階の継続・中断オプション価格推計条件

第1段階の整備期間	年間	3
第2段階の整備期間	年間	2
第3段階の整備期間	年間	1
プロジェクト総投資額 (T=0時点価値)	億円	100.0
プロジェクト第1段階投資額 (T=0時点価値)	億円	50.0
プロジェクト第2段階投資額 (T=0時点価値)	億円	25.0
プロジェクト第2段階投資額 (T=3時点価値)	億円	26.5
プロジェクト第3段階投資額 (T=0時点価値)	億円	25.0
プロジェクト第3段階投資額 (T=5時点価値)	億円	27.6

表-12 継続・中断オプション(3段階)の価値算定ツリー
(単位: 億円)

評価時点 (T=0) を基準とした年次						
0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目
			473.7	797.7	1332.1	-
			157.5	276.3	472.6	-
			42.1	84.6	156.4	-
			6.1	15.6	40.1	-
				0.0	0.0	-
					0.0	-
						-
第3段階投資額						-27.6

0年目	1年目	2年目	3年目
67.8	133.3	251.4	447.2
	27.0	60.2	131.0
		6.1	15.6
			0.0
第2段階投資額			-26.5

セルではオプションが行使されない。以降、同様の手法により、T=2, T=1, T=0年目へと算定を行い、最終的なT=0年目におけるオプション価値として67.8億円が算定される。

この結果、3段階整備が可能なプロジェクト評価としての正味現在価値をNPV3とすると、NPV3はこのオプション価値67.8億円から第1段階での投資額50.0億円を差し引いた17.8億円として算定される。ここで、基本ケースでのNPV1(11.6億円)と比較すると、NPV3が6.2億円高くなる。また、2段階整備のNPV2(17.4億円)と比較した場合においても0.4億円高くなっている。表-6より、T=3年目において第2段階の整備に至るのは上3つのセルであることからその確率は78%となる。第3段階の整備

に至る確率は66%であることから、第2段階に進んだことを前提にした上での第3段階に進む条件付確率は約80%となる。すなわち、現状の想定では8割程度が第2段階に進み、さらにそのうちの8割程度が第3段階に進むことが予測される。この確率は、時間経過とともに新たな情報に基づいて修正することでより正確なものとなる。

10. 拡大オプション型段階整備計画におけるオプション価値の分析

10.1 推計に際してのケース設定

8.で想定した基本ケースに対して、次のような拡大オプション型段階整備計画を設定する。

- ・現時点(時間軸 T=0年の時点)において、プロジェクトの段階整備計画を検討している。
- ・第1段階事業として40億円を投資して、2年間で整備を行う。
- ・第1段階整備事業の完了後、T=3年目以降に発生する便益の期待値は毎年1.5億円(名目価格)(注1)とする。便益が発生する期間は50年間とする。
- ・T=4年目での第1段階事業の収益動向を把握した後に、第2段階事業への新規投資を決定できる。
- ・新規投資の場合には、60億円を投資して2年間で整備を行う。
- ・第2段階事業の完了後、T=7年目以降に発生する便益の期待値は毎年2.5億円(名目価格)(注1)とする。便益が供用される期間は50年間とする。なお、第1段階事業と第2段階事業とも以下の条件とする。
- ・整備に関する費用および整備後の便益は、毎年一回、離散的に発生する。
- ・社会的割引率(r)は、安全資産利子率と同値として年率2%とする。(注2)
- ・整備期間中のプロジェクト価値の不確実性(σ)は、年率50%とする。

表-13 事業の段階整備として想定するプロジェクトの状況

○第1段階事業 (単位: 億円)											
評価時点 (T=0) を基準とした年次	0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目	7年目	8年目	9年目	...
プロジェクト年間名目便益 (各時点での金額)		(整備)	(整備)	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	...
プロジェクト割引現在価値 (T=0時点での金額)	45.3	46.2	47.1	46.6	46.0	45.4	44.8	44.2	43.6	42.4	...

○第2段階事業 (単位: 億円)											
評価時点 (T=0) を基準とした年次	0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目	7年目	8年目	9年目	...
プロジェクト年間名目便益 (各時点での金額)					<判断>	(整備)	(整備)	2.5	2.5	2.5	...
プロジェクト割引現在価値 (T=0時点での金額)	69.8	71.3	72.5	74.0	75.5	77.0	77.8	78.5	76.8	75.8	...

すなわち、総投資額は第1段階事業の40億円と第2段階事業の60億円の合計で基本ケースと同じく100億円であり、T=7年目以降の第1段階事業による便益1.5億円および第2段階事業による便益2.5億円の合計は基本ケースと同じく4億円としている。

この設定条件に基づき、表-13に示すように、第1段階事業のプロジェクト価値は45.3億円、第2段階事業のプロジェクト価値は69.8億円と計算される。合計値は115.1億円であり、基本ケースの場合の111.6億円との差異は第1段階事業が先行していることによる。この結果、第1段階事業の正味現在価値は5.3億円、第2段階事業の正味現在価値は9.8億円となることから全体事業としての正味現在価値をNPV4とするとNPV4は15.2億円となる。

10.2 拡大オプション型段階整備計画における

オプション価値の推計

4年目において第2段階事業への拡大を選択できるオプションを有する拡大オプション型段階整備計画のオプション価値を2項モデルにより推計する。第2段階事業の事業価値の変動プロセスを表-14に、オプション価値の算定プロセスを表-15に示す。すなわち、T=4年目において拡大オプションが適用されるのは、この段階での事業価値が69.8億円～515.4億円の場合となる。これまでと同様の手法により拡大オプションの価値は29.2億円と算定される。

この拡大オプション価値を含んだ事業全体の正味現在価値をNPV5とするとNPV5は $(5.3+29.2)=34.5$ 億円となり、拡大オプションを有してないNPV4と比較すると19.3億円高くなっている。便益の発生年次が異なるために厳密な意味での比較ではないものの、NPV1(11.6億円)と比較すると3倍も高い値となっている。さらに、中断オプション型段階投資計画によるNPV2(17.4億円)と比較しても2倍も高い値となっている。

また、第1段階の事業完了後に第2段階に展開できる確率は表-6から87%と算定される。なお表-6のセルでは $(0.02+0.15+0.34+0.35)=0.86$ であるが端数処理の関係で実際は0.87となる。

10.3 拡大オプション型段階整備計画による許容追加投資額の評価

拡大オプション型段階整備計画を実施するためには、総投資額を基本ケースと同じく100億円とするのは現実的には困難であり、追加投資額が必要となる。したがって、この拡大オプション型段階整備計画を実施するための許容追加投資額を検討することは、中断オプション型段階投

表-14 事業価値の変動プロセス

(単位：億円)

評価時点(T=0)を基準とした年次						
0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目
69.8	115.0	189.6	312.6	515.4	849.7	1401.0
	42.3	69.8	115.0	189.6	312.6	515.4
		25.7	42.3	69.8	115.0	189.6
			15.6	25.7	42.3	69.8
				9.4	15.6	25.7
					5.7	9.4
						3.5

表-15 オプション価値の算定プロセス

(第2段階の投資：60億円の場合)

(単位：億円)

評価時点(T=0)を基準とした年次						
0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目
29.2	61.9	127.2	248.9	450.4	—	—
	8.6	21.1	51.3	124.7	—	—
		0.7	1.9	4.8	—	—
			0.0	0.0	—	—
				0.0	—	—
					—	—
						—
拡大段階での投資額					-64.9	

資計画と同様に重要な課題である。

ここでの許容追加投資額の判断基準としては、NPVとB/Cの2つの手段を考える。また、比較の対象は基本ケースとする。

具体的に、拡大オプション型段階整備計画において、次のように第1段階事業および第2段階事業のそれぞれの投資額について10%の増加を想定する。それ以外については10.1での設定条件と同じとする。

- ・第1段階事業の投資額 44億円
- ・第2段階事業の投資額 66億円

ここで、4年目での第2段階事業への拡大を選択できるオプションを有する拡大オプション型段階整備計画のオプション価値の算定プロセスを表-16に示す。これまでと同様の手法により、この場合の拡大オプションの価値は26.6億円と算定される。この結果、第1段階事業の正味現在価値は $(45.3-44.0)=1.3$ 億円、第2段階事業の正味現在価値は26.6億円となることから、全体事業としての正味現在価値をNPV6とするとNPV6は $(1.3+26.6)=27.9$ 億円となる。

この結果に基づいて、基本ケースとの比較を行う。基本ケースでのNPV1=11.6億円、B/C=1.116に対して、投資額が10%増加した場合のNPV6=27.9億円、B/C= $(137.9/110)=1.254$ となる。この結果、大規模な事業について基本ケースのように一括して実施するよりも、投資額が10%増大しても拡大オプション型段階整備が有利であることが確認できる。

しかしながら、ここで拡大オプション型段階整備が非常

表-16 オプション価値の算定プロセス
(第2段階の投資：66億円の場合)

(単位：億円)

評価時点(T=0)を基準とした年次						
0年目	1年目	2年目	3年目	4年目	5年目	6年目
26.6	57.8	121.5	242.6	443.9	—	—
	7.0	17.9	46.0	118.2	—	—
		0.0	0.0	0.0	—	—
			0.0	0.0	—	—
				0.0	—	—
					—	—
					—	—
拡大段階での投資額				-71.4		

表-17 不確実性(σ)の変化に応じたNPV6
およびB/C

σ	NPV6	B/C
5%	6.3	1.057
10%	8.7	1.079
15%	11.2	1.102
20%	13.7	1.124
25%	16.1	1.147
30%	18.6	1.169
35%	21.0	1.191
40%	23.3	1.212
45%	25.6	1.233
50%	27.9	1.254

に有利になっているのは不確実性(σ)を50%という非常に高い値に設定したことによる。例えば、図-6にみられるように不確実性(σ)の増加によりオプション価値は大きく増大する。このため、この投資額が10%増加した場合の拡大オプション型段階整備について、初期条件の不確実性(σ)を5%~50%に変化させた場合のNPV6とB/Cを算定し、その結果を表-17に示す。この結果、不確実性(σ)が15%の場合に基本ケースと同程度のNPVとB/Cが確保されることが明らかになる。

この拡大オプション型段階整備における許容追加投資額は、先ず適切に不確実性(σ)を設定して、それに基づくオプション価値について評価することが必要である。しかしながら、この不確実性(σ)の設定に関しては例えば文献24)他が参考になるものの、対象とするプロジェクトに応じた現実的な具体的な値の設定は容易ではない。

このため、現実的にはここで示したように逆算での評価にならざるを得ないと考え。すなわち、先ず拡大オプション型段階整備を実現するための最低限に必要な追加投資額を算定する。次に、その追加投資額が生じても段階整備を実施しない場合のNPVあるいはB/Cを確保できるオプション価値が発生する場合、言い替えれば追加投資額を相殺できるオプション価値が生じる場合の不確実性(σ)を逆算する。その不確実性(σ)が低い値(例えば、

10%以下)であれば、その追加投資額は適切であると判断され、高い値(例えば、50%以上)であれば、その追加投資額は過大であると判断される。

ただし、ここでの評価の閾値とする不確実性(σ)の具体的な値の設定は、このリアルオプションの実用化に際しての大きな課題である。

1.1. おわりに

本研究では、第1にリアルオプションの概要および社会資本整備にリアルオプションを適用する場合の考え方を整理した。第2にリアルオプションを実際に適用する観点からの手法としての2項モデルおよび不確実性に対応するための段階整備の考え方を整理した。ここで具体的には、中断オプション型段階投資計画と拡大オプション型段階整備計画を提案した。第3にそれぞれについてオプション価値の推計を実施し、段階整備にともなう許容追加投資額について検討した。

例えば、関西国際空港事業に代表されるように今後とも大規模なプロジェクトにおいては、不確実性に対応するために段階的に整備せざるを得ないと考えられる。その場合に、ここで示した拡大オプション型段階整備計画に対するリアルオプションの分析手法は非常に有効であると考えられる。

しかしながら、不確実性(σ)の設定方法が大きな課題であることは明らかであり、この点に関してはさらに研究を進める必要がある。また、本研究では便益に関する不確実性のみしか検討していないことから、費用に関する不確実性についても検討することが必要である。

(2005年5月25日受付)

注1)

便益とともにコストとしての維持管理費を考慮する場合、ここでの便益は維持管理費を差し引いたネットの便益となる。

注2)

①ここでの社会的割引率の設定では、市場利子率以外の社会的価値判断や社会的なリスク耐力等は対象としてない。

②Capital Asset Pricing Modelに基づけば、当該社会資本の便益の変動が市場ポートフォリオの変動と無関係であると仮定していることになる。この仮定は単に単純化のためであり、仮定を緩めてもモデルの有効性は損なわれない。

注3)

社会的割引率と安全資産利子率を同値としているため, リスク中立確立と発生確率は等しくなる.

注4)

ここでは, 工事費の上昇率は社会的割引率と同じ2%で確定的に上昇することを仮定している.

参考¹⁶⁾

①2項モデル

オプション価格を算出するためのモデル

まず, 原資産の価格が将来にかけて変化する経路を想定する. その際, ある時点から次の時点への変化の経路が上昇, 下落の2つを考えるために2項モデルといわれる. 原資産価格の将来にわたっての経路を決定した後, 権利行使時点=最終時点でのオプション価格を算出し, オプション価格を算出し, 安全資産利子率で割引くことによってオプション価格を算出する.

②安全資産利子率(無リスク金利, 安全資産収益率)

ある期間において, 信用リスクがない金利によって得られる収益率

通常はゼロクーポン国債の期間収益率が使用される. 一般に, 国債利回りが安全資産利子率と考えられているが, これは非常に曖昧な概念である. まず, 投資家が考えている投資期間が明示されなければならない. さらに, その期間におけるゼロクーポン国債の割引率が用いられる必要がある. 満期が同じ利付き国債の収益率は, クーボンの再投資利回りが不確実であるため, 厳密な意味では安全資産利子率とはならない. ただし, 信用リスクがない金利を指すこともある.

③リスク中立評価法

ある投資プロジェクトを評価する際に, 投資家のリスク回避度に影響されない方法で価値を算定する手法

リスク中立的評価法を用いる場合には, 割引率はリスク・プレミアムを含む割引率ではなく, 安全資産利子率を用いる. 投資家がリスク中立的でない場合(リスク回避的である場合)においても, リスク中立的評価法によってオプション価格は評価できる.

参考文献

- 1) Abel, Andrew B: "Optimal Investment under Uncertainty", *American Economic Review*, vol. 73(1), pp. 228-33, 1983
- 2) Dixit, A K and Pindyck, R S: "Investment under Uncertainty", Princeton University Press, 1994
- 3) 多々納裕一・小林潔司・喜多秀行: "危険回避選好を考慮した2段階離散選択モデルに関する研究", 「土木計画学研究・論文集」, No. 13, pp. 553-562, 1996
- 4) 多々納裕一: "不確実性下のプロジェクト評価, 展望と課題", 「土木学研究・講演集」, No. 20, pp. 19-30, 1997
- 5) 多々納裕一: "開発留保の便益と開発戦略", 「応用地域学研究」, No. 3, pp. 21-32, 1998
- 6) 上田孝行: "防災投資の便益評価—不確実性と不均衡の概念を念頭に置いて—", 「土木計画学研究・講演集」, No. 19(2), pp. 17-34, 1996
- 7) 上田孝行: "事前・事中・事後評価の共通フレームに向けて", 「土木学会第55回年次学術講演会・講演概要集」, 2000
- 8) 上田孝行・Ma Sheila Gaabucayan・森杉壽芳: "公共事業の投資タイミングについて: 食べ頃と賞味期限の比喩", 「運輸政策研究」, Vol5.No. 1, pp. 22-27, 2002
- 9) 小林潔司・横松宗太・織田澤利守: "サンクコストと治水経済評価: リアルオプションアプローチ", 「河川技術に関する論文集」, 第7巻, 2001
- 10) 織田澤利守・四辻裕文・小林潔司: "遅延リスクと事業評価", 「建設マネジメント研究論文集」, Vol. 10, pp. 119-128, 2003
- 11) 織田澤利守・小林潔司: "プロジェクトの事前評価と再評価", 「土木学会論文集」, No. 737, pp. 189-202, 2003
- 12) 織田澤利守・小林潔司: "評価費用を考慮したプロジェクトの事前・再評価問題", 「土木学会論文集」, No. 751, pp. 97-110, 2004
- 13) 長江剛志・赤松隆: "不完備市場リスクを考慮したリアル・オプション評価", 「応用地域学研究」, No. 8(2), pp. 81-93, 2003
- 14) 赤松隆・長江剛志: "経済リスクを考慮した社会基盤投資プロジェクトの動的財務評価" 「土木学会論文集」, No. 751, pp. 39-54, 2004
- 15) 刈屋武昭(監修), 山本大輔(著): 入門リアルオプション, 東洋経済新報社, 2001. 6.
- 16) マーサ・アムラム, ナリン・クラティラカ: リアルオプション, 石原雅行, 中村康治, 吉田二郎, 脇保修司 訳, 東洋経済新報社, 2001. 12

- 17) 大谷悟, 安達豊: 社会資本整備におけるリスクに関する研究, 国土交通政策研究第4号, 2001.6.
- 18) 日原勝也: 「空港の赤字」をどう考えるべきか。ーリアル オプション理論による分析の試みー, PRI Review 第2号, 2001.8.
- 19) 刈屋武昭 (監修), 山本大輔 (著): 入門リアル オプション, 東洋経済新報社, 2001.6.
- 20) マーサ・アムラム, ナリン・クラティラカ: リアル オプション, 石原雅行, 中村康治, 吉田二郎, 脇保修司 訳, 東洋経済新報社, 2001.12
- 21) トム・コーブランド, ラジミール・アンティカロフ: リアル オプション, 栃本克之 監訳, 東洋経済新報社, 2002.2.
- 22) Black, F. and M. Scholes: The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy 81, 637-654, 1973
- 23) Cox, John C, Stephen A. Ross and Mark Rubinstein: “Option Pricing: A Simplified Approach”, Journal of Financial Economics, 7, pp.229-263, 1979
- 24) 高橋宏直, 吉田二郎, 山本幸司: 社会資本の段階整備計画へのリアルオプション適用に関する研究, 運輸政策研究, Vol.8, No.3, 2005